

**Elke Focke\***

### ***Probleme rechenschwacher Kinder mit mathematischen Basisoperationen***

Grundlage für jede Förderung rechenschwacher Kinder, aber auch für die Prävention von Rechenschwierigkeiten ist die Kenntnis über die mathematische Sichtweise der Kinder, um ihre fehlerhaften Denkprozesse zu verstehen und nachvollziehen zu können. Lernschwierigkeiten in Mathematik können nur durch mathematische Konzepte und Denkweisen diagnostiziert werden. Dabei muss es gerade darum gehen, die individuellen Vorstellungswelten der einzelnen Kinder zu ergründen, um ihnen geeignete Hilfen anbieten zu können. Obwohl jedes Kind andere „falsche“ Vorstellungen von der Mathematik hat, die sich an unterschiedlichen Fehlern bemerkbar machen, gibt es subjektive Rechenalgorithmen, die bei rechenschwachen Kindern gehäuft auftreten. Im Folgenden werden exemplarisch typische Fehlermuster aus dem Bereich des Operationsverständnisses vorgestellt, um den Blick für auffällig gewordene Kinder zu schärfen und eventuelle Schritte hinsichtlich einer Förderdiagnostik und einer schulischen Förderung oder gegebenenfalls einer mathematischen Lerntherapie einleiten zu können.

### ***Lernziel: Verständnis mathematischer Basisoperationen***

Für das Verständnis mathematischer Rechenoperationen ist ein abgesichertes Verständnis aus dem Bereich der Pränumerik und des Zahlbegriffs vorausgesetzt. Anknüpfend an die Zerlegbarkeit von Zahlen in Teilmengen ist neben der sicheren Bestimmung ihres jeweiligen Verhältnisses zueinander auch die Bedeutung der Rechenzeichen entscheidend. Für den Mengen-Operationszusammenhang ist der Zusammenhang arithmetischer Operationen in Zifferschreibweise mit Mengevorstellungen sowie ihre sprachliche Umsetzung in „Rechengeschichten“ grundlegend. Dieses Operationsverständnis ist Voraussetzung für das Gelingen von Verdopplungs- und Nachbaraufgaben, analytischen Aufgaben (Lückenaufgaben), Umkehr- und Tauschaufgaben, einfachen Gleichungen und Lösungen unter Anwendung der Einsicht in die Konstanz der Summe und der Konstanz der Differenz.

### ***Häufige Schwierigkeiten im Bereich des Operationsverständnisses***

Das Feststellen von Fehlern ist nicht ausreichend, um rechenschwache Kinder zu erkennen. Gerade in den ersten beiden Schulklassen kann es rechenschwachen Kindern gelingen, mit Hilfe ihrer subjektiven Algorithmen bzw. auswendig gelernten unverständenen Rechenregeln viele richtige Ergebnisse zu produzieren. Diese Kinder bleiben meistens während der ersten Klassen unauffällig. Deshalb beziehen sich die im Folgenden darzustellenden Fehlerhäufigkeiten im Bereich des Operationsverständnisses auf

Missverständnisse mathematischer Lerninhalte und ihrer mathematischen Ursachen, die nicht zwangsläufig durch falsche Ergebnisse repräsentiert werden.

Besitzt ein Kind kein ausreichendes Anzahlverständnis, kann es den Gehalt von Plus und Minus nicht begreifen. Die Vorstellung des operativen Zusammenhangs von Gesamt- und Teilmenge ist nicht vorhanden. D. h. eine Addition wird nicht begriffen als ein Hinzufügen einer Anzahl (Teilmenge) zu einer bereits vorhandenen Anzahl (Teilmenge), wobei das Ergebnis des Hinzufügens die Gesamtanzahl (Gesamtmenge) darstellt. Wird z. B. die Zahl fünf lediglich unter dem „Rangfolgeplatz-Denken“ anstatt unter dem „Anzahlaspekt“ betrachtet, ist für einen solchen Betrachter nicht einzusehen, warum sich die fünf in Teilmengen zerlegen lässt. Dass z. B. die 2 und die 3 oder auch die 4 und die 1 Teilmengen der Gesamtmenge 5 darstellen können, ist dem Kind unklar. Dieses Fehlverständnis erklärt auch die Probleme bei den so genannten Tausch- und Umkehraufgaben. Wäre dem Kind der Sachverhalt klar, dass die 5 aus der 2 und der 3 bestehen kann, wären ihm ebenso die dazugehörigen mathematischen Operationen geläufig. Für ein rechenschwaches Kind stehen die Aufgaben  $2 + 3$ ,  $3 + 2$ ,  $5 - 3$ ,  $5 - 2$  in keinem nahen Zusammenhang zueinander, sondern werden getrennt voneinander hoch- bzw. runtergezählt.

Der Zusammenhang der Rechenarten mit den Techniken der Zahlzerlegung ist häufig unverstanden. Aus dem Grund nehmen zählend rechnende Kinder auch gut strukturiertes Material als Abzählhilfe und zählen am Material in Einerschritten, obwohl nichtzählende Rechenstrategien anhand gegliederter Mengen geeigneter wären. Erkennbar wird die Problematik z. B. anhand folgender Aufgaben: Kann ein Kind spontan die Aufgabe  $7 + 1$  lösen, fängt aber bei der darauf folgenden Aufgabe  $1 + 7$  oder auch  $2 + 7$  erneut an hochzuzählen, hat es den Zusammenhang der Aufgaben nicht erkannt. Entsprechendes gilt für die Aufgaben  $3 + 6$  und  $9 - 6$ . Besondere Schwierigkeiten bereiten Kindern mit einem unzureichendem Operationsverständnis analytische Aufgaben (z. B.  $3 + \_ = 9$ ,  $9 - \_ = 6$ ,  $\_ - 6 = 3$ ). Zum Bewältigen dieser Aufgaben verwenden sie neben ihren Zählstrategien Rechenregeln, wie bei Plus weiter- bzw. hochzählen und bei Minus zurückzählen. Dabei kann die Anwendung der gleichen Rechenregel zu richtigen ( $9 - \underline{3} = 6$ ) und falschen ( $\underline{3} - 6 = 3$ ) Ergebnissen führen. Aufgrund des unverstandenen Zusammenhangs der mathematischen Operationen ist den Kindern selber kein adäquates Kriterium dafür bekannt, wann sie welche Rechenregel anwenden können.

Demgemäß fehlt rechenschwachen Kindern häufig der Zusammenhang arithmetischer Operationen in Zifferschreibweise mit Mengenvorstellungen und -handlungen. So sind sie nicht in der Lage, Mengenoperationen in Zifferschreibweise zu überführen. Mit Zahloperationen, die ihnen in Zifferschreibweise vorgegeben sind, assoziieren sie keine sachgerechten Vorstellungen von Mengen. Häufig zeigen sich besonders bei der Subtraktion keinerlei Anbindungen an Mengenoperationen. Neben den Schwierigkeiten mit dem

konkreten Handeln lassen sich häufig Probleme bei Sachsituationen diagnostizieren. Rechenschwache Kinder sind oft nicht in der Lage, zu einer in Zifferschreibweise vorgegebenen Aufgabe eine Rechengeschichte zu erdenken, weil sie u. a. die Bedeutung der Rechenzeichen nicht erfasst haben. Wird z. B. zu der Additionsaufgabe  $2 + 3$  die Rechengeschichte erzählt, „zwei Kinder sind auf dem Spielplatz und haben drei Bonbons“ ist der fehlende Zusammenhang zu der Rechenoperation festzustellen. Bei einer Addition wird die erste Teilmenge um die zweite vermehrt, so dass das Pluszeichen die Bedeutung des Hinzukommens/Mehrwerdens erlangt. Bei der Beispielrechengeschichte hingegen hat das Kind die beiden Zahlen genommen und dazu eine Geschichte erzählt ohne den Gehalt der mathematischen Operation zur Kenntnis genommen zu haben. Ist dieser mathematische Gehalt der Grundrechenarten nicht verstanden, fehlt den Kindern ebenso die Basis für Sachaufgaben. Dabei kommt erschwerend hinzu, dass spätestens ab der dritten Klasse nicht bereits Erlerntes in Form von Textaufgaben abgefragt wird, sondern eine problemorientierte Anwendung vom Kind gefordert wird. Ein Anwenden einer unverstandenen Regel bzw. ein subjektiver Algorithmus hilft bei Sachaufgaben meistens nicht weiter. Die Ursache dafür liegt häufig in mangelndem Verständnis der mathematischen Basisoperationen.

Ein besonderes Problem stellt die Zahl 0 dar. Vom Gesichtspunkt einer linearen Zahlauffassung ist die 0 nicht zu verstehen, da sinnvollerweise bei der 1 mit dem Zählen begonnen wird. Einen nullten Finger gibt es nicht. Häufige Umgangsformen rechenschwacher Kinder bestehen darin, dass sie die 0 als „gar nichts“ betrachten und der 0 die Bedeutung geben, „alles verschwinden zu lassen“. So werden Fehler wie  $6 + 0 = 0$  und  $6 - 0 = 0$  erklärbar. Im dekadischen Positionssystem ist die 0 unentbehrlich, da sie den Ziffern den Stellenwert zuweisen, z. B. bei der 5000.

Die exemplarisch angelegten Ausführungen sollen verdeutlicht haben, wie elementar das Verständnis der mathematischen Basisoperationen ist. Für das erfolgreiche Bewältigen der schulischen Anforderungen im Mathematikunterricht müssen die Schüler in der Lage sein, das Verhältnis der Zahlen in ihren Teil-Ganze-Beziehungen zu benennen, die Rechenzeichen Plus und Minus sachgerecht anzuwenden und den Mengen-Operationszusammenhang sowohl in Zifferschreibweise umzusetzen und mit Mengenvorstellungen zu verknüpfen sowie richtige Rechengeschichten zu den mathematischen Operationen zu erzählen.

---

\* Dr. Elke Focke ist integrative Dyskalkulie-therapeutin beim Mathematisch-Lerntherapeutischen Institut in Düsseldorf und Mitglied des Arbeitskreises des Zentrums für angewandte Lernforschung.